

Abstract

In this thesis, fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type are considered. Also special kinds of fuzzy numbers, fuzzy functions, fuzzy functional and fuzzy operators are considered.

Using "Extension Principle" we introduce a new type of fuzzy operators, the operator of fuzzy partial derivative of first order, in addition to new properties for fuzzy Laplace operator and generalized the fuzzy derivative operator, and integral operator of first order to be fuzzy operator of order n . We construct special type of fuzzy operators, we call it "integro-differential operator of Volterra type", with first order derivative which is denoted by $\tilde{O}(U)$.

The fuzzy operator $\tilde{O}(U)$ helps us to prove the existence and uniqueness of the solution of fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type of first order by generalizing the existence theorem for fuzzy differential equations.

Fuzzy linear differential equations, and fuzzy linear integral equations of Volterra type are reduce to fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type of first order. As well as, we introduce fuzzy "Reduction Theorem", which reduces each fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type of high order to fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type of first order by extending the foundation of ordinary integro-differential equation of Volterra type.

Finally, the solution of fuzzy linear integro-differential equations of Volterra type is introduced in three different methods: Analytic, approximated, and numerical methods.

For analytic solution we modify fuzzy Laplace transform to be suitable for treating our problems, for approximated solutions we modify the method of fuzzy successive approximation used to solve fuzzy linear integral equations, and introduce new method in fuzzy space, which is "fuzzy degenerate kernel".

Numerical solutions, our problem are solved using spline functions: Linear, quadratic, and cubic. Fuzzy Newton's divided difference is introduced to derive fuzzy spline functions.

Fuzzy interpolation function is found using fuzzy Newton's divided difference and fuzzy linear spline functions which are useful in finding the approximated fuzzy derivatives, and integrals.

المستخلص

في هذا البحث تم تناول المعادلة التفاضلية التكاملية الخطية الضبابية من نوع فولتيرا، و ذلك بدراسة نوع خاص من الأعداد الضبابية و الدوال الضبابية و الدال الضبابي و العامل الضبابي.

باستخدام مبدأ التوسيع تم تعريف التفاضل الجزئي الضبابي من الرتبة الأولى و بعض الخواص الضبابية الجديدة لتحويلات لابلاس. بالإضافة إلى توسيع عامل المشتقة الضبابي و عامل التكامل الضبابي من الرتبة الأولى إلى عوامل ضبابية من الرتبة n نوع جديد من العوامل الضبابية تم بناؤه، سمي "عامل التفاضل التكاملي من نوع فولتيرا"، $\tilde{O}(U)$ يمثل العامل التفاضلي التكاملي من الرتبة الأولى، كما استطعنا اشتقاق عامل جديد من $\tilde{O}(U)$ رمزنا له بالرمز $\tilde{O}(U)$. و كان لهذا العامل الأخير أهمية خاصة بالنسبة لنا لاستخدامه في إثبات وجود وحدانية الحل للمعادلة التفاضلية التكاملية الخطية الضبابية من نوع فولتيرا من الرتبة الأولى، و التي تم برهانها بتوسيع برهان المبرهنة الخاصة بوجود و وحدانية الحل للمعادلة التفاضلية الضبابية.

أيضا تم الاهتمام بإنشاء المعادلة التفاضلية التكاملية الخطية الضبابية من نوع فولتيرا من الرتبة الأولى و ذلك بإيجادها من المعادلة التفاضلية الخطية الضبابية و المعادلة التكاملية الضبابية بالإضافة إلى توسيع مبرهنة التحولات الاعتيادية لتكون مناسبة للتعامل مع المعادلة التفاضلية التكاملية الخطية الضبابية من نوع فولتيرا من الرتبة العالية لتحويلها إلى معادلة من الرتبة الأولى و بنفس الخواص.

أخيرا قدمنا طرق حل مختلفة للمعادلة التفاضلية التكاملية الضبابية من نوع فولتيرا، كالحل التحليلي والتقريبي والعددي.

في الطريقة التحليلية تم توسيع تحويلات لابلاس الضبابية لتكون ملائمة للتعامل مع المعادلة التفاضلية التكاملية الضبابية من نوع فولتيرا، أما في مجال الحل التقريبي فقد وسعنا طريقة التقريب المتتابع لتتلاءم مع هذه المعادلة.

تم استخدام دوال التلمة الخطية و التريعية والتكعيبية لحل المعادلة التفاضلية التكاملية الضبابية من نوع فولتيرا عدديا، كما قدمنا طريقة نيوتن للفروقات المقسومة و دالة التلمة الخطية لتقديم دالة أند راج ضبابية والتي يمكن استخدامها في إيجاد المشتقة الضبابية والتكامل