

المستخلص

في هذه الرسالة قدمنا تعريفاً "جديداً" للفضاء المترى الضبابي ثم ناقشنا المفاهيم المتعلقة بهذا التعريف وأعطينا اهتماماً "كبيراً" لمفهوم الفضاء التام الضبابي والتي هي صفة قد تمتلكها أو لا تمتلكها الفضاء المترى الضبابية وبرهنا لفضاء مترى ضبابي (X, Fd) يوجد فضاء مترى ضبابي تام (Y, Fd_1) يحتوي على مجموعة ضبابية \tilde{W} والتي هي متشاكلة مترياً مع X وكثيفة ضبابياً في Y . هذا الفضاء Y يكون وحيداً باستثناء الفضاءات المتشاكلة مترياً. بعد ذلك، استخدمنا تعريف الفضاء القياسي الضبابي وقدمنا بعض النتائج الجديدة بعد أن أعطينا مفاهيم جديدة مثل التقارب الضبابي، التام الضبابي، فضاء بناخ الضبابي، الفضاء المرصوص الضبابي في الفضاء القياسي الضبابي. وبرهنا أن الفضاء الجزئي الضبابي \tilde{Y} لفضاء بناخ الضبابي $(Y, \|\cdot\|)$ يكون فضاء بناخ ضبابي إذا وفقط إذا كان مغلق ضبابياً في X .

أخيراً قمنا بدراسة العلاقة بين الفضاءات القياسية الاعتيادية والفضاءات القياسية الضبابية وبرهنا أنه إذا كان $(X, \|\cdot\|)$ فضاء بناخ فإن $(X, \|\cdot\|(\cdot))$ يكون فضاء بناخ ضبابي حيث أن

$$\|x\|(\alpha) = \frac{\|x\|}{\alpha} \quad \text{لكل } x_\alpha \in X$$

Abstract

In this thesis we introduce a new definition of a fuzzy metric space then the related concepts are discussed in detail. Much attention is paid to the concept of fuzzy completeness. A property which a fuzzy metric space may or may not have. we proved that for a fuzzy metric space (X, Fd) there exists a fuzzy complete fuzzy metric space (Y, Fd_1) which contains a fuzzy set \tilde{W} that is fuzzy isometric with X and is fuzzy dense in Y . This space Y is unique except for fuzzy isometries.

Then we recall the definition of a fuzzy normed space and give some new results after introducing new concept such as fuzzy convergence, fuzzy completeness, fuzzy Banach space, fuzzy compact space in a fuzzy normed space. Then we prove that a fuzzy subspace \tilde{Y} of a fuzzy Banach space $(X, \|\cdot\|(\cdot))$ is a fuzzy Banach space if and only if it is fuzzy closed in X .

Finally we studied the relation between the ordinary normed spaces and the fuzzy normed spaces and we proved that if $(X, \|\cdot\|)$ is a Banach space then $(X, \|\cdot\|(\cdot))$ is a fuzzy Banach space where $\|x\|(\alpha) = \frac{\|x\|}{\alpha}$ for every $x_\alpha \in X$, $\alpha \in (0,1]$.