

الفصل الثامن/ النظرية النسبية الخاصة Theory of Relativity

1-1 المقدمة:

تعتبر نظرية النسبية الخاصة التي وضعها العالم الألماني ألبرت أينشتاين (Albert Einstein) في السنة (1905) أحد الانجازات الفكرية المهمة في القرن العشرين. فقد وجد العلماء أن الميكانيك الكلاسيكي بالرغم من تحقيقه نجاحات باهرة في تفسير حركة الأجسام المرئية وذات السرعة الواطئة، فشل في تفسير حركة الجسيمات الذرية العالية السرعة وبعد أن تجمعت متناقضات كثيرة عجز العلماء عن تفسيرها بما لديهم من مفاهيم ونظريات قدم أينشتاين نظرية النسبية الخاصة والتي حلت معظم المعضلات التي صادفها العلماء والباحثون في تلك الحقبة من الزمنية. وفي سنة (1915) طور أينشتاين نظرية هذه ووضع نظرية جديدة سميت بنظرية النسبية العامة.

* النسبية تأتي من تحليل الظواهر الفيزيائية المتأنية من انعدام وجود مرجع كوني متميز.

* النظرية النسبية تشتمل على نظريتين تقدم بهما العالم ألبرت أينشتاين هما:-

a- النظرية النسبية الخاصة.

b- النظرية النسبية العامة.

* أن النظرية النسبية الخاصة تعالج مسائل تتضمن مراجع قصورية أي مراجع تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر، وهي ضرورية في صياغة القوانين النظرية للفيزياء الذرية والنووية ومسائل الطاقة العالية.

* أما النظرية النسبية العامة فهي تعالج مسائل تتضمن مراجع تتحرك بتعجيل بالنسبة لبعضها ومجال تطبيقاتها هو الدراسات الفلكية والظواهر الكونية.

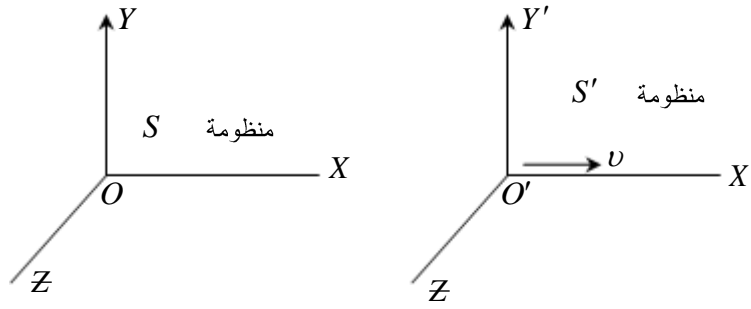
* أن النظرية النسبية الخاصة تعتمد فرضيتين:-

1- الفرضية الأولى/ تنص على أن قوانين الفيزياء يمكن كتابتها بمعادلات تأخذ نفس الصيغة بالنسبة لجميع المراجع التي تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر، والتي تعبر عن عدم وجود مرجع كوني متميز.

2- الفرضية الثانية/ تنص على أن سرعة الضوء في الفراغ له نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع بغض النظر عن سرعتها النسبية.

(2) المحور القصورية:

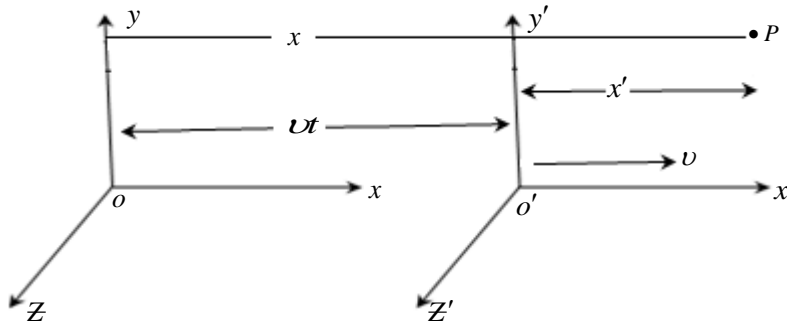
وضع العلامة إسحاق نيوتن ثلاثة قوانين في الحركة. وينص القانون الأول والذي يطلق عليه أحيانا أسم مبدأ غاليليو (Principle Galilean) أو قانون القصور الذاتي، على أن كل جسم ساكن يبقى ساكناً والمتحرك يستمر في حركته بسرعة منتظمة وبخط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية. والخاصية التي بموجبها يبقى الجسم الساكن على سكونه والمتحرك على حركته المنتظمة تسمى بالاستمرارية. أما القانون الثاني فينص على أن محصلة القوى الخارجية المسلطة على جسم ما تساوي حاصل ضرب كتلة الجسم في التعجيل الذي تحدثه تلك المحصلة. وينص القانون الثالث على أن لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار وبعاكسه أن المحاور المرجعية التي يصح فيها قانون نيوتن الأول تسمى بالمحاور القصورية والمراقب فيها يسمى بالمراقب القصوري. ومعظم المشاهدات التي تجري داخل المختبرات تعتبر المحاور المثبتة في المختبر وعلى سطح الأرض محاور قصورية ولو أن الأرض لا تصلح تماماً لتثبيت المحاور القصورية عليها، بسبب دوران الأرض حول الشمس والذي ينتج عنه وكما هو معروف تعجيل لتغير اتجاه سرعة الدوران باستمرار، بالإضافة إلى التأثير المتبادل بين الأرض والشمس وبينهما وبين الأجرام السماوية الأخرى. ولكن هذه التأثيرات تهمل في أكثر الأحيان دون خطأ يذكر. وفي هذا الفصل، سنأخذ جميع القياسات بالنسبة إلى منظومتين من المحاور، أحدهما نعتبرها ساكنة وهي ($OXYZ$) وسنسميها المنظومة (S) والأخرى تتحرك بسرعة منتظمة (v) بالنسبة للمحور الساكنة وهي ($O'X'Y'Z'$) وسنسميها المنظومة (S'). ولتسهيل البحث الرياضي سنفترض أن المحورين (X) و (X') يتجهان باتجاه حركتهما النسبية وأن المحور (Y) يوازي (Y') والمحور (Z) يوازي (Z') كما هو مبين في الشكل (1).



الشكل (1)

(3) تحولات غاليليو:

* أن تحولات غاليليو هي مجموعة العلاقات الرياضية التي تربط قياسات يقوم بها مراقب بقياسات يقوم بها مراقب آخر. لنفترض أن هناك مراقبان الأول في المنظومة (S) والثاني في المنظومة (S') ويتحركان حركة انتقالية منتظمة سرعتها (v) بالنسبة لبعضها البعض. ولنفترض أن المراقب في المنظومة (S) يلاحظ حادثة ما في موضع مثل (P) ويقيس إحداثياتها في الزمن (t) ولتكن (x, y, Z)، أما المراقب في المنظومة (S') فيقيس نفس الحادثة ويجد أن إحداثياتها في الزمن (t') هي (x', y', Z'). والآن لنفرض أن النقطة (O') كانت منطبقة على (O) في الزمن (t = t' = 0) أي في بداية الحركة، وبعد مرور زمن (t) تكون المحاور (o', x', y', Z') قد قطعت مسافة (vt) كما هو مبين في الشكل (2).



الشكل (2)

وعندئذ تكون إحداثيات (P) بالنسبة للمنظومة (S') بدلالة إحداثياتها في المنظومة (S) هي:

$$\left. \begin{aligned} X' &= x - vt \\ y' &= y \\ Z' &= Z \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \dots (1) \quad \begin{array}{l} \text{تحويلات غاليليو تطبق} \\ \text{عند السرعة الواطئة} \end{array}$$

وتعرف هذه المعادلات بتحويلات غاليليو.

نلاحظ في هذه التحويلات أن المحورين y, Z لا يتأثران بالحركة لكونهما عموديين على المحور (X)، وان العلاقة الأخيرة (t' = t) تفترض أن الزمن كمية مطلقة، أي أن المراقبين يستخدمان نفس الزمن وقياساته لا تعتمد على حركة المراقب. ويمكن أيضاً كتابة المعادلات (1) على الشكل التالي:-

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + vt \\ y' &= y \\ Z' &= Z \\ t &= t' \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{تحويلات غاليليو تطبق} \\ \text{عند السرعة الواطئة} \end{array}$$

وذلك عند باعتبار محاور المنظومة (S') ثابتة ومحاور للمنظومة (S) هي التي تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ($-v$) بالنسبة لمحاور (S').

ملاحظة:

1- أن تحويلات غاليليو تطبق عند السرعة الواطئة.

2- من الأمور المهمة في تحويلات غاليليو أن طول الجسم يبقى نفسه في كلا المرجعيين أي لكلا المشاهدين.

(4) تحويلات أنشتاين – لورنتز (Transformation Einstein – Lorentz)

من الممكن استخدام تحويلات لورنتز من المنظومة (S) إلى المنظومة (S') التي تتحرك بسرعة منتظمة (v) بالنسبة إلى (S) وباتجاه المحور (X, X') وكما يلي:-

$$X' = K(X - vt) \dots (2)$$

$$y' = y \dots (3)$$

$$z' = z \dots (4)$$

$$t' = k \left(t - \frac{v}{C^2} X \right) \dots (5) \quad \begin{array}{l} \text{تحويلات لورنتز} \\ \text{عند السرعة العالية} \end{array}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \quad \text{حيث:-}$$

* تمثل هذه المعادلات تحويلات اينشتاين- لورنتز من المنظومة (S) إلى المنظومة (S')، وغالباً ما تعرف بتحويلات لورنتز فقط.

(5) مقلوب تحويلات لورنتز أو تحويلات لورنتز العكسية (Inverse Lorentz Transformation):-

يمكن الحصول على تحويلات من المنظومة (S') إلى المنظومة (S) بتبادل إحداثيات هاتين المنظومتين وتبديل إشارة (v) في المعادلات (2، 3، 4، 5). ويتم ذلك باعتبار المنظومة (S) هي التي تتحرك بسرعة منتظمة ($-v$) بالنسبة للمنظومة (S'). وبذلك تصبح المعادلات (2، 3، 4، 5، 6) كما يلي:-

$$X = K(X' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = k \left(t' + \frac{v}{C^2} X' \right)$$

$$\text{حيث } k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \text{، وهذه لا تتغير قيمتها بتبديل إشارة السرعة (} v \text{).}$$

في تحويلات لورنتز والتحويلات العكسية، يجب أن تكون أن تكون السرعة المنتظمة (v) أصغر من سرعة الضوء (C) وإلا فإن قيمة (K) ستكون خيالية مما تجعل إحداثيات المكان خيالية أيضاً وهذه ليس لها معنى فيزيائي. ولذلك فإن القيمة العظمى للسرعة يمكن

استعمالها في هذه التحويلات هي ($v = C$). أما عندما تكون السرعة (v) أصغر بكثير من سرعة الضوء (C) فإن المقدار ($\frac{v^2}{C^2}$)

يصبح أقل بكثير من واحد ويقترب ($\frac{v^2}{C^2}$) من الصفر وعندئذ نحصل على تحويلات غاليليو. وهذا يعني أن تحويلات غاليليو هي حالة

خاصة من تحويلات لورنتز. وفي الحقيقة نستطيع إهمال التأثير الذي تسببه السرعة (v) عندما تكون قيمتها مساوية إلى أو أقل من

(1%) من سرعة الضوء، وبذلك يمكن استعمال تحويلات غاليليو لأن الجسم الذي يملك مثل هذه السرعة يخضع لقوانين الميكانيك الكلاسيكي. أما إذا كانت قيم (v) تنحصر بين ($0.01C$) و (C)، فيجب استخدام تحويلات لورنتز لأن الجسم الذي يمتلك مثل هذه السرعة هو جسم نسبي.

(6) نتائج تحويلات لورنتز:-

هناك استنتاجات عديدة يمكن استنباطها من تحويلات لورنتز وهي:

(6-1) نسبية الطول او (تقلص الطول):-

* أن طول جسم (L) في حالة حركة بالنسبة لمشاهد يبدو دائماً أقصر من طوله (L_0) عندما يكون الجسم في حالة سكون. هذه الظاهرة تعرف بتقلص لورنتز وأن طول الجسم (L_0) في حالة السكون للمرجع يسمى بالطول الحقيقي.
* ويمكن كتابة العلاقة كمايلي:-

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$$

ومن هذه المعادلة نجد أن:

أولاً: ($L \approx L_0$) عندما $0 \leq v \leq 0.01C$.

ثانياً: ($L \approx L_0$) عندما $v = C$.

ثالثاً: ($L < L_0$) عندما $0.01C < v < C$.

وهذا يعني أن طول القضيب المتحرك بسرعة منتظمة مقدارها (v) بالنسبة لمراقب يظهر أقصر من طوله وهو ساكن بالنسبة للمراقب. ولا يظهر أي تغير في طول القضيب الذي يتحرك باتجاه حركته.

*والآن، إذ فرضنا أن طول جسم (L) في حالة سكون بالنسبة لمشاهد أو مراقب في حالة حركة بسرعة منتظمة (v) يظهر أقصر من طول (L_0) الذي يقيسه المراقب الساكن بالنسبة للقضيب ولجميع قيم (v) المناسبة. وباستخدام تحويلات لورنتز العكسية يمكن قياس العلاقة التالية:-

$$L' = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$$

* نستنتج مما تقدم أن طول القضيب عندما يكون القضيب (أو المراقب) متحركاً بسرعة منتظمة (v) بالنسبة للمراقب (أو القضيب) يظهر أقصر من طوله عندما يكون القضيب والمراقب ساكنين بالنسبة لبعضها البعض وتعرف هذه الظاهرة بتقلص الطول.

ملاحظة (مهمة جداً)

لو كانت v صغيرة سوف لا يظهر أي تغير ملحوظ وأن هذه العلاقة تكون مهمة عندما تكون السرعة كبيرة جداً.

* من الملاحظ أن هذه الظاهرة (تقلص الطول) وكذلك بالنسبة لتمدد الزمن يكون مهماً فقط عندما تكون السرعة النسبية قريبة من سرعة

الضوء لأنها تعتمد على $\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$ حيث يصل التغير في الطول عندما يسير الجسم بسرعة (0.9) من سرعة الضوء إلى:-

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{(0.9C)^2}{C^2}}$$

$$\frac{L}{L_0} = 0.45 = 45\%$$

مثال/ صاروخ طوله على الأرض (20cm) وأثناء الطيران ينقص طوله بمقدار (0.4m) بالنسبة لمراقب على الأرض. جد سرعة الصاروخ.

طول الصاروخ على الأرض بالنسبة للمراقب هو ($L_o=20\text{cm}$).

وطول الصاروخ أثناء الطيران بالنسبة للمراقب على الأرض هو ($L=20-0.4=19.6\text{m}$).

ومن تحويلات لونتز، لدينا

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$$

$$19.6 = 20 \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}} \Rightarrow \left(\frac{19.6}{20} \right)^2 = 1 - \frac{v^2}{C^2}$$

$$\frac{v^2}{C^2} = 1 - 0.9604 \Rightarrow \frac{v^2}{C^2} = 0.039$$

$$v^2 = (3 \times 10^8 \text{ m/sec})^2 \times 0.0396$$

$$v = 0.59 \times 10^{-8} \text{ m/sec}$$

$$v = 0.59 \times 10^8 \times \frac{C}{C} = 0.196 C \quad \text{سرعة الصاروخ}$$

(6-2) نسبية الزمن (Relativity of Time) أو تمدد الزمن:-

* أن فرضيات النسبية الخاصة تؤثر على الفترات الزمنية والأطوال حيث يلاحظ أن نابض ساعة متحركة بسرعة (v) نسبة إلى مشاهدة

يتذبذب بسرعة أبطأ مما لو كانت الساعة ساكنة بالنسبة له. وبالنسبة لمشاهد على الأرض، تبدو الساعة المتحركة في السفينة الفضائية

بأنها تدق بسرعة أبطأ من سرعة دقات الساعة المماثلة على الأرض.

* أن نفس التحليلات تبقى صحيحة لقياسات الساعة الثابتة على الأرض بالنسبة لربان السفينة الفضائية، أي أن الظاهر متبادلة أي أن مثل

مشاهد يلاحظ أن الساعات المتحركة بالنسبة له تدق بسرعة أبطأ من الساعات الساكنة.

ويمكن كتابة العلاقة كما يلي:-

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{C} \right)^2}}$$

ومن هذه المعادلة نجد أن:

أولاً: ($t = t_o$) عندما $0 \leq v \leq 0.01C$.

ثانياً: ($T = \infty$) عندما $v = C$.

ثالثاً: ($t > t_o$) عندما $0.01C < v < C$.

وهذا يعني أن الفترة لحادثة في المنظومة (S) والتي يقيسها مراقب متحرك بسرعة منتظمة (v) بالنسبة لها تظهر أطوال من الفترة

الزمنية التي يقيسها مراقب ساكن بالنسبة لنفس الحادثة.

والآن، إذ فرضنا أن الفترة الزمنية لحادثة تقع في المنظومة (S) والتي يقيسها ساكن في المنظومة (S) تظهر أطوال من الفترة الزمنية

التي يقيسها مراقب ساكن في المنظومة (S') وذلك باستخدام تحويلات لونتز العكسية وكما يلي:-

$$t' = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}$$

* نستنتج مما تقدم أن الفترة الزمنية لحادثة في منظومة S (أو في المنظومة S' المتحركة بسرعة منتظمة v بالنسبة للمنظومة S) والتي يقيسها مراقب ساكن بالنسبة لنفس الحادثة، أي عندما يكون المراقب والحادثة معاً في المنظومة (S) أو في المنظومة (S') . وتعرف هذه الظاهرة بتباطؤ الزمن (Di of time).

مثال/ وقعت حادثة على الأرض، واستمرت (40sec) بالنسبة لمراقب على الأرض. ما هي الفترة الزمنية التي يسجلها لنفس الحادثة مراقب متحرك بسرعة منتظمة مقدارها $v = 0.6C$ بالنسبة للأرض؟

$$t = 40 \text{ sec}$$

ومن تحويلات لورنتز لدينا:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}$$

أذن الفترة الزمنية التي يسجلها المراقب هي:

$$t = \frac{40}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6C}{C}\right)^2}} = \frac{40}{0.8} = 50 \text{ sec}$$

$$\therefore t = 50 \text{ sec}$$

(6-3) نسبية التزامن (أو التوافق):

لنفرض إن حادثتين قد وقعتا في موضعين مختلفين مثل (X_1) و (X_2) في المنظومة (S) وأن مراقباً ساكناً في هذه المنظومة يشاهد الحادثتين في وقت واحد (أنياً) أي أن $(t_1 = t_2)$. فهل ستظهر هاتان الحادثتان أنياً بالنسبة لمراقب ساكن في المنظومة (S') المتحركة بسرعة منتظمة (v) بالنسبة للمنظومة (S) ؟ أي هل أن $(t'_1 = t'_2)$ ؟ للإجابة على هذا السؤال نستخدم تحويلات لورنتز كمايلي:

$$t'_2 - t'_1 = -\frac{v}{C^2} K(X_2 - X_1)$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}$$

ولما كان مقدار $\frac{v}{C^2} K(X_2 - X_1)$ لا يساوي صفراً. أذن $(t'_2 \neq t'_1)$ وهذا يعني أن الحادثتين لم تقعا في آن واحد بالنسبة للمراقب

الساكن في المنظومة (S') . نستنتج مما تقدم أن التزامن (التوافق) ليس مطلقاً دائماً يعتمد على حالة سكون أو حركة المراقب بالنسبة للحادثتين.

مثال/ حادثتان وقعتا في الموضعين $(6 \times 10^4 \text{ m}, 0, 0)$ و $(9 \times 10^4 \text{ m}, 0, 0)$ وظهرتا أنياً لمراقب يتحرك بسرعة $(0.8C)$ بالنسبة للأرض. ماهي الفترة الزمنية بين هاتين الحادثتين بالنسبة لمراقب يتحرك بسرعة $(0.8C)$ بالنسبة للأرض؟

$$t'_2 - t'_1 = \frac{v}{C^2} K(X_2 - X_1)$$

$$(X_1, y_1, Z_1) = (6 \times 10^4 \text{ m}, 0, 0)$$

$$(X_2, y_2, Z_2) = (9 \times 10^4 \text{ m}, 0, 0)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{v}{C^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8C}{C}\right)^2}} (9 \times 10^4 - 6 \times 10^4)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{0.8C}{C^2} \times \frac{1}{0.6} \times 3 \times 10^4 = 0.00013$$

$$1 \times 10^{-4} \cong 10^{-4} \text{ sec}$$

(6-4) نسبوية السرعة (Relativity of velocity) :-

لنفرض أن جسمياً يتحرك في الفضاء بسرعة U بالنسبة لمراقب في المنظومة (S) وبسرعة (U') بالنسبة لمراقب في منظومة (S') التي تتحرك بسرعة منتظمة (v) بالنسبة للمنظومة (S) ، وأن مركبات السرعة U هي:

$$U_x = \frac{dX}{dt}, \quad U_y = \frac{dy}{dt}, \quad U_z = \frac{dZ}{dt}$$

ومركبات السرعة U' هي:

$$U'_{x'} = \frac{dX'}{dt'}, \quad U'_{y'} = \frac{dy'}{dt'}, \quad U'_{z'} = \frac{dZ'}{dt'}$$

وباستخدام تفاضل المقلوب تحويلات لونتز سنجد أن:-

$$U_x = \frac{U'_{x'} + v}{1 + \frac{v U'_{x'}}{C^2}} \dots\dots(1)$$

$$U_y = \frac{U'_{y'}}{K \left(1 + \frac{v U'_{x'}}{C^2} \right)} \dots\dots(2)$$

$$U_z = \frac{U'_{z'}}{K \left(1 + \frac{v U'_{x'}}{C^2} \right)} \dots\dots(3)$$

وهذه المعادلات تعرف بتحويلات لونتز العكسية للسرعة.

ومن المعادلة الأولى من تحويلات لونتز للسرعة نجد إن القيمة المطلقة للسرعة $(U'_{x'})$ تساوي سرعة الضوء (C) إذا كانت (U_x) أو (v) تساوي (C) . وكذلك إذا كانت $(U'_{x'})$ أو (v) تساوي (C) فإن (U_x) تساوي (C) أيضاً وفق المعادلة الأولى من تحويلات لونتز العكسية للسرعة، في حين أن (U_x) وفق تحويلات السرعة لغاليليو تساوي $(C+v)$. نستنتج مما تقدم.

أولاً: سرعة الضوء لا تعتمد على الحركة النسبية للمصدر أو للمراقب.

ثانياً: سرعة أي جسم لا يمكن أن تكون أكبر من سرعة الضوء.

ثالثاً: تحويلات السرعة لغاليليو صحيحة فقط للسرعة الصغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء ولا تصلح للسرعة التي تقترح من سرعة الضوء.

س/ برهن بأن سرعة الضوء لا تعتمد على الحركة النسبية للمصدر أو المراقب.

إذا تصورنا شعاعاً ضوئياً ينبعث باتجاه (X') وبسرعة (C) وهي سرعة الضوء بالنسبة للمرجع (S') تكون $(U'_{x'} = C)$ فعند استخدام المعادلة التالية سنجد أن سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع (S) تساوي:-

$$U_x = \frac{U'_{x'} + v}{1 + \frac{v U'_{x'}}{C^2}}$$

نعوض عن $(U'_{x'})$ بـ (C) في المعادلة أعلاه لتصبح:-

$$U_x = \frac{C + v}{1 + \frac{v C}{C^2}} \Rightarrow$$

$$U_x = \frac{C(C + v)}{(C + v)} \Rightarrow U_x = C$$

أي سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة وهي (C) وهذا هو نص الفرضية الثانية للنظرية النسبية الخاصة.

مثال/ صاروخان يسيران باتجاهين متعاكسين سرعة كل منهما $(0.3C)$ بالنسبة لشخص على الأرض. ما هي سرعة كل صاروخ بالنسبة للصاروخ الثاني؟

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{v = 0.3C} \quad \quad \quad \xleftarrow{v' = 0.3C} \\ \text{ب} \quad \quad \quad \text{أ} \end{array}$$

* هنا نستطيع أن نتصور أن الصاروخ (أ) ساكن وأن الصاروخ (ب) يطير بسرعة نسبية U :-

لنفرض أن الطائرة (ب) تتحرك بسرعة (v) بالنسبة لمراقب على الأرض و (U) بالنسبة لمراقب في الطائرة (أ) على اعتبار أنها ساكنة وأن المراقب في الطائرة (أ) يتحرك بسرعة منتظمة (U') بالنسبة لمراقب على الأرض.

$$v = 0.3C$$

$$U' = 0.3C$$

$$U = ?$$

$$U = \frac{U' + v}{1 + \frac{v \times U'}{C^2}}$$

أذن سرعة الصاروخ (ب) بالنسبة للصاروخ (أ) هي:

$$U = \frac{0.3C + 0.3C}{1 + \frac{0.3C \times 0.3C}{C^2}} = \frac{0.6C}{1.09} = 0.55C$$

(6-5) نسبية الكتلة (Relativistic Mass):-

* أن التغير الذي فرضته النظرية النسبية الخاصة على مفاهيم النيوتنية (الكلاسيكية) للمكان والزمان تؤدي دون شك إلى تغير في المفاهيم الخاصة بالزخم والطاقة والكتلة.

* عند دراسة حالة تصادم المرن الذي تكون فيه الطاقة الحركية محفوظة بين جسمين يقعان في مرجعين مختلفين يتحرك احدهما نسبة إلى الآخر (v) فأنا سنجد:-

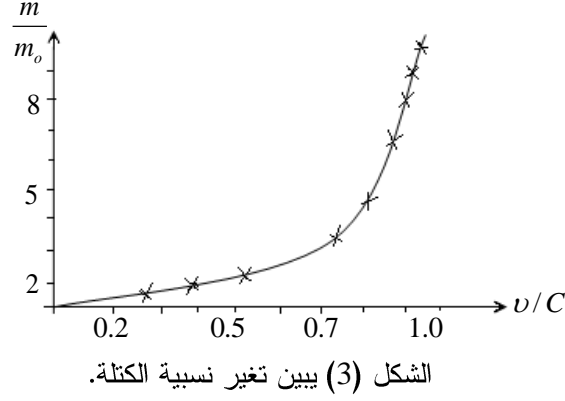
أن الجسم المتحرك بسرعة (v) بالنسبة لمشاهد تكون كتلته أكبر من كتلته السكونية بنسبة $\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \right)$ أي أن:-

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{C} \right)^2}}$$

وبذلك فإن صاروخاً منطلقاً بالنسبة للأرض يبدو أقل طولاً وأكثر كتلة من صاروخ مشابه ثابتاً على الأرض، بينما يظهر لشخص في الصاروخ العكس أي أن الصاروخ الموجود على الأرض أقل طولاً وأكثر كتلة.

* من الممكن ملاحظة الزيادة النسبية في الكتلة فقط عندما تقترب سرعة من سرعة الضوء.

* قد تصل الزيادة النسبية إلى (100%) عند سرعة تساوي (0.9) من سرعة الضوء بينما عند ($\frac{1}{10}$) من سرعة الضوء إلى (0.5%) فقط.



* وأن من الجدير بالذكر أن أول تحقيق لتغير الكتلة هو اكتشاف العالم (Bocherer) عام (1908) عن طريق حساب نسبة شحنة الالكترونات إلى كتلته ($\frac{e}{m}$) والتي هي أصغر بالنسبة للالكترونات في السرعة فما هو عليه للالكترونات البطيئة.

مثال/ ما هي السرعة التي يجب أن يسير بها جسيم كتلته النسبية ضعف كتلته السكونية؟

$$m = 2m_o$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{C^2}}}$$

ومنها نجد أن:

$$\therefore 1 - \frac{U^2}{C^2} = \left(\frac{m_o}{m} \right) = \frac{1}{4}$$

$$U = 0.866C$$

(6-6) التناقض الظاهري التوأمي (The Twin Paradox):

لنتصور توأمين، أحدهما قرر السفر إلى كوكب ما في سفينة فضائية تسير بسرعة مقاربة لسرعة الضوء ولتكن ($7U$)، والآخر قرر البقاء على الأرض، فعند عودة التوأم المسافر إلى الأرض بعد مرور عدة سنوات سيلاحظ أن الشقيق الذي بقي على الأرض أكبر منه سناً ويفسر ذلك وفق تباطؤ الزمن. ولكن حركة التوأم المسافر هي حركة نسبية، أي اعتبارها معكوسة، وفي حالة يتوقع التوأم المسافر أن يجد شقيقه الذي تخلف عن السفر أصغر منه سناً بينما يتوقع أن يكون الأخير أن يكون شقيقه المسافر أصغر سناً. غير أن هذا التناقض الظاهري غير صحيح لأن سرعة المسافر النسبوية غير منتظمة وإنما معجلة، فهو يتسارع ويخفف سرعته في أماكن مختلفة: عنده انطلاقه ودورانه حول كوكب للعود إلى الأرض واقترابه منها. هذا يعني التوأم المسافر لا يبقى في نفس المحور القصورية ولهذا السبب لا يكون تأثير الحركة على العمر معكوساً.

أن ظاهرة كون التوأم المسافر أصغر سناً من شقيقه الباقي على الأرض هي في الحقيقة صحيحة وذلك بسبب تباطؤ العمليات البيولوجية في الجسم المسافر. فعلى سبيل المثال، تكون نبضات قلب التوأم المسافر أقل من نبضات قلب التوأم الباقي على الأرض. ولذلك يتوقع فعلاً أن يظهر التوأم المسافر أصغر سناً من التوأم الباقي على الأرض.

مثلاً/ إذا كان عدد نبضات قلب شخص على الأرض يساوي (75) نبضه في الدقيقة. ماذا يكون عدد نبضات قلبه في الدقيقة عندما يكون في سفينة فضائية تطير بسرعة $\frac{\sqrt{3}}{2}$ بالنسبة للأرض؟

لحساب عدد النبضات يجب أن نحسب ما تعادله الدقيقة الواحدة إلى الأرض وذلك باستخدام معادلة تباطؤ للأرض.

$$T_o = T \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$1 = T \left(1 - \frac{3}{4} \right) 1/2 = 1/2 T$$

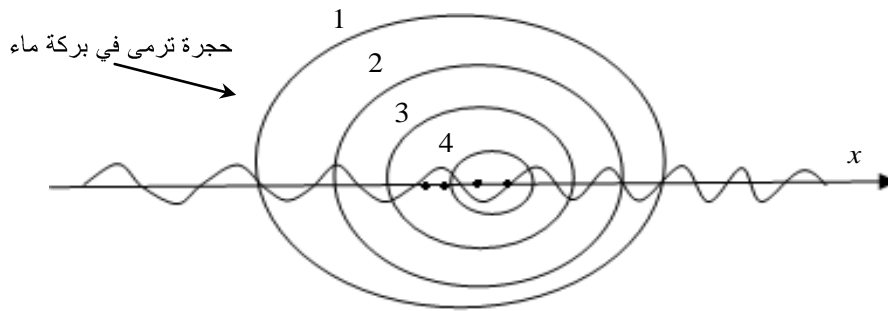
$$T = 2 \text{ min}$$

وبذلك يكون عدد نبضات قلب الشخص في الدقيقة الواحدة هو :

$$\frac{70}{2} = 35$$

(6-7) ظاهرة أو تأثير دوبلر (The Doppler effect) :-

عندما يكون كل مصدر الموجة والمراقب في حركة نسبية بالنسبة إلى الوسط الذي تنتشر الموجات فيه فإن تردد الموجات الملاحظ يختلف عن تردد المصدر وهذه الظاهرة تسمى تأثير دوبلر نسبة إلى العالم الفيزيائي الألماني الذي لاحظها لأول مرة. وعليه تأمل مصدراً للموجات مثل جسم يتحرك نحو اليمين الشكل (4) بسرعة خلال وسط ساكن مثل الهواء أو الماء. بملاحظة هذا المصدر بأمكان مختلفة مثل (1,2,3,...) سنجد بعد فترة زمنية محسوبة من الزمن الذي كان فيه المصدر في المكان (1) إن الموجات المنبعثة في أماكن مختلفة تحتل الكرات (1,2,3,...) التي لا تكون متحدة المركز وتكون الموجات متقاربة من بعضها في الجانب الذي يتحرك فيه الجسم وتبتعد عن بعضها في الجانب المعاكس. ويلاحظ المراقب الساكن في أي من الجهتين طولين موجتين أقصر من الطول الموجي الأصلي أو أكبر منه. ولكن عندما يكون المراقب في حالة حركة بسرعة معينة فإن الموجات ستصله بمعدلات مختلفة فمثلاً عندما يقترب من المصدر من جهة اليمين فإنه سيلاحظ طول موجي أقصر أو تردد أكبر لأنه سيتحرك داخل الموجات ويحصل العكس عندما يبتعد من المصدر لأنه سيتحرك بعيد عن الموجات.



الشكل (4) يوضح تأثير دوبلر نسبة إلى مصدر متحرك وكذلك يوضح الشكل تأثير دوبلر على سطح الماء.

** من المعروف في الفيزياء الكلاسيكية أن سرعة الصوت تساوي (331m/sec) في الظروف العادية ولمحاور ثابتة. لكنها تتغير (تزيد أو تنقص) إذا كان المحور يسير بسرعة ثابتة نسبة إلى مشاهد ثابت.

$$V' = V + V_R$$

حيث أن V : سرعة الصوت وتقدر بـ (331m/sec) أو سرعة الوسط الذي تنتشر فيه الأمواج الصوتية.

V_R : سرعة المراقب (السامع).

V' : سرعة الصوت بالنسبة للمراقب.

** إضافة إلى التغيير في السرعة فإن تردد الصوت يزداد أو ينقص عن حركة محور إلى محور ثابت. (أي محور مصدر الصوت المراقب).

** إذا كان محور المصدر ثابتاً (مصدر الصوت ثابت) ومحور المراقب (السامع متحرك) يسير بسرعة ثابتة $(\pm V_R)$ فإن التغيير في تردد الصوت سيتبع المعادلة التالية:-

$$f' = f \left(1 \pm \frac{V_R}{V} \right)$$

f' : تردد الصوت الذي يستلمه المراقب أو تردد الصوت بالنسبة إلى المصدر.

f : تردد الصوت المنبعث من المصدر أو تردد الصوت بالنسبة إلى محور الأرض.

V : سرعة الصوت والتي تقدر بـ (331m/sec).

V_R : سرعة المراقب المستلم (السامع).

ملاحظة: الإشارات في المعادلة:-

(+): عند اقتراب المراقب.

(-): عند ابتعاد المراقب.

ومن المعادلة السابقة يمكن التوصل إلى:-

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f} = \pm \frac{V_R}{V}$$

وتسمى العلاقة أعلاه بإزاحة دوبلر نتيجة لحركة المراقب إلى مصدر الصوت.

وكمثال بسيط/ لو فرضنا أن تردد الصوت المنبعث من القطار هو (440Hz) وهناك مراقب يتحرك نحو القطار بسرعة (30m/sec) ما هو تردد الصوت الذي يستلمه المراقب.

$$f' = f \left(1 + \frac{V_R}{V} \right)$$

(+) الإشارة الموجبة في المعادلة (لأنه يقول في السؤال عند اقتراب المراقب من مصدر الصوت)

$$f' = 440 \left(1 + \frac{30}{331} \right) = 480Hz$$

$$f' = 480Hz$$

تلاحظ أن تردد الصوت زاد من (440 Hz) إلى (480Hz) بالنسبة للمراقب.

** أما إذا كان المصدر نفسه يتحرك بسرعة (V_E) نسبة إلى مراقب واقف أو ثابت، فإن العلاقة ستكون كمايلي:-

$$f' = f \left(\frac{1}{1 \mp \frac{V_E}{v}} \right)$$

حيث أن:-

(V_E): سرعة مصدر الصوت (الصوت المنبعث) (Emitter).

v : سرعة الصوت وتقدر بـ (331m/sec).

(+): عند ابتعاد مصدر الصوت.

(-): عند اقتراب مصدر الصوت.

f' : تردد الصوت الذي يستلمه المراقب الواقف أو الثابت.

f : تردد الصوت المنبعث من المصدر.

** وكمثال على ذلك لو أن مصدر الصوت كالقطار مثلاً يتحرك باتجاه المراقب كالمسافر الواقف على رصيف المحطة، وإذا كان تردد

الصوت المنبعث من القطار القادم بسرعة (30m/sec) فإن تردد الصوت الواصل إلى المسافر سيكون:-

$$f' = f \left[\frac{1}{1 - \frac{V_E}{v}} \right]$$

(الإشارة سالبة(-) في المعادلة لأنه المصدر الذي ينبعث منه الصوت يقترب من المراقب)

$$f' = 440 \left[\frac{1}{1 - \frac{30}{331}} \right] \Rightarrow f' = 484Hz$$

** من الممكن اعتماد ظاهرة دوبلر في حالة الضوء أو بصورة عامة للموجات الضوئية أو الكهرومغناطيسية حيث أن تأثير دوبلر ليس محصور على الموجات الصوتية بل يلعب دوراً كبيراً في الفلك منذ القدم. فالضوء صادر من نجمة تقترب من الأرض يظهر بتردد أعلى بعض الشيء (أو طول موجة اقصر) عما يكون عليه لو كانت النجمة والأرض في حالة سكون الواحدة بالنسبة للأخرى. وبالعكس فإن التردد يقل (طول الموجة يزداد) إذا كانت النجمة تبتعد عن الأرض وهي ظاهرة شائعة تسمى بالزحزحة نحو اللون الأحمر لأنه طويل الموجة بالنسبة لبقية ألوان الطيف الشمسي.

$$\lambda = \lambda_o \left(1 \mp \frac{v}{C} \right)$$

حيث (λ): طول موجة الضوء الصادرة من النجمة نسبة إلى مراقب على الأرض.

(λ_o): طول موجة الضوء الصادرة من النجمة عندما تكون النجمة و الأرض في حالة سكون الواحدة بالنسبة للأخرى.

(v): سرعة النجمة (مصدر الضوء) بالنسبة لمراقب على الأرض.

(C): سرعة الضوء وتقدر بـ (3×10^8 m/sec).

* أن الإشارة (+) تعني ابتعاد النجمة عن الأرض وعندما يكون $\lambda > \lambda_o$ تعطي إزاحة حمراء أو زحزحة نحو اللون الأحمر الذي يعد طول الموجة بالنسبة لبقية الطيف الشمسي.

* وأن الإشارة (-) تعني اقتراب النجمة من الأرض وعندما يكون $\lambda < \lambda_o$ لتعطي إزاحة زرقاء أو زحزحة نحو اللون الأزرق الذي يعد قصير الموجة بالنسبة لبقية الطيف الشمسي.

وهذا يعني أن لون الضوء يزاح نحو اللون الأزرق (Blue shifted) في حالة اقتراب مصدر الضوء من المراقب ويزاح نحو اللون الأحمر (Red shifted) في حالة ابتعاده عن المراقب.

من المعادلة السابقة يمكن التوصل إلى:-

$$\lambda_o - \lambda = \mp \lambda_o \left[\frac{v}{C} \right] \Rightarrow$$

$$\Delta \lambda = \mp \lambda_o \left[\frac{v}{C} \right] \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_o} = \mp \left[\frac{v}{C} \right] \quad \text{إزاحة دوبلر}$$

وتسمى العلاقة أعلاه بإزاحة دوبلر نتيجة لحركة المراقب إلى مصدر الضوء.

* لقد أضافت النظرية النسبية تصحيحاً إلى معادلة دوبلر الكلاسيكية أو التقليدية نتيجة لتغير الزمن (أو تباطؤ الزمن وتكون العلاقة لمصدر متراجع أو مبتعد). فعندما تكون (v) تقترب من سرعة الضوء ندخل العامل (K) لتصبح:

$$\lambda = \lambda_o K \left(1 \mp \frac{v}{C} \right)$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \quad \text{حيث:}$$

(-) مصدر متقدم.

(+) مصدر مبتعد.

$$\lambda = \lambda_o \frac{1 \mp \frac{v}{C}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{C} \right)^2}} \quad \text{الطول الموجي.}$$

نستنتج مما تقدم:

- 1- أن ظاهرة دوبلر يمكن أن تعرف على هذا الأساس (عندما يكون مصدر الصوت أو السامع أو كلاهما في حالة حركة بالنسبة للوسط (الهواء) فإن درجة الصوت المسموع من قبل السامع بوجه عام تختلف عما هي عليه عندما يكون المصدر والسامع في حالة سكون).
- 2- لظاهرة دوبلر دور بالغ الأهمية في الفلك حيث يلاحظ خطوط طيف الانبعاث لنجوم متحركة كإزاحة دوبلرية زرقاء أو حمراء مميزة حسب اتجاه الحركة. أي ابتعاد النجم أو اقترابه نحو المشاهد.

النسبية العامة

** تم الإعلان عن النسبية العامة عام (1916) وكان الاستنتاج الفوري (المباشر) لهذه الفرضية هو أن كتلة القصور وكتلة الجاذبية يجب أن يتساويا تماماً.

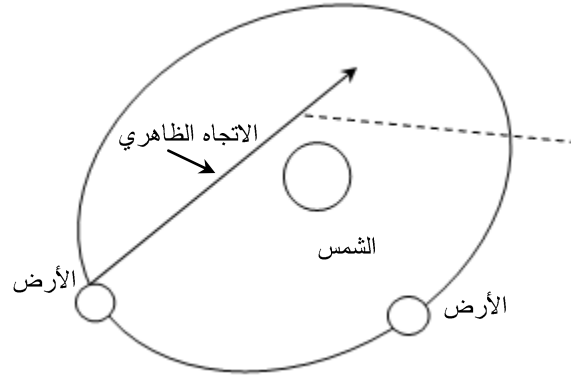
ومثال على ذلك ما يشاهده شخص في سفينة فضائية تسير بتعجيل منتظم ليكره تسقط داخل السفينة فأن مراقباً خارج السفينة سيلاحظ أن أرضية السفينة تقترب بتعجيل نحو الكرة بينما شخصاً داخل السفينة الفضائية يرى أن الكرة تسقط بتعجيل. سميت هذه الظاهرة بمبدأ التكافؤ، أي أن الجاذبية وقوى القصور الذاتية لا يمكن التمييز بينهما. أن اندفاع الركاب داخل سيارة تسير بسرعة معينة إلى الأمام حالما تبدأ السيارة بالتباطئ (فجأة) يكون بسبب قوى القصور وغير حقيقة مقارنة بقوى الجاذبية.

ومن امثلة التطبيقات على النسبية العامة:-

- 1- انحناء الضوء بالجاذبية.
- 2- الجاذبية والزمن.
- 3- التأخير الإضافي لإشارات الرادار.

1- انحناء الضوء بالجاذبية:-

لقد أكد العلماء تنبؤات أينشتاين على أن الضوء الذي يمر بالقرب من النجوم أو الشمس مثلاً ينحرف بزاوية عن مساره وأن هذه النجوم التي يمر ضوءها بالقرب من الشمس في طريقه إلى الأرض تراج عن مواقعها الحقيقية إلى الظاهرية. إضافة ذلك تم ملاحظة أن المواقع الظاهرية للنجوم عندما يمر الضوء الصادر منه بالقرب من الشمس مختلف عن موقعه في زمن آخر من السنة عندما لا يمر ضوءه قريباً من الشمس.



2- التأخر الإضافي لأشهرات الرادار:-

لقد تم اختبار تأخر استلام الإشارات الرادارية دعماً للنظرية النسبية العامة حيث لوحظ تأخر الإشارات المنعكسة عن كوكب الزهرة وعطارد بفترة تقدر بحوالي (200) مايكروثانية إضافية إلى فترة (25) دقيقة لإرسال الإشارة ذهاباً وإياباً:- وذلك نتيجة لمرور الإشارات بالقرب من الشمس في (1967) مقارنة سنوات أخرى عندما تكون الزهرة أو عطارد في مواقع أخرى.

مثال/ طائرة سرعتها (200m/sec) أطلقت رصاصة باتجاه سيرها بسرعة (500m/sec). اوجد سرعة الرصاصة بالنسبة للأرض وما هي السرعة إذا أطلقت الرصاصة بالاتجاه المعاكس لحركة الطائرة.

200m/sec → سرعة الطائرة.

سرعة الرصاصة. $\longrightarrow 500m/sec$

نجد محصلة السرعتين وبما أنهما بنفس الاتجاه أذن نجمعهما وبذلك يكون محصلة السرعة هي تمثل سرعة الرصاصة بالنسبة للأرض.

$$U' = 200 + 500 = 700m/sec$$

$\longrightarrow 200m/sec$

$500m/sec \longleftarrow$

$$U' = 200 - 500 = 300m/sec$$

مثال/ زيدت سرعة ذرة حتى وصلت إلى $10^9 \frac{cm}{sec}$ و عند هذه اللحظة أطلقت الذرة إلكترون بنفس الاتجاه بسرعة $2 \times 10^{10} \frac{cm}{sec}$ بالنسبة

للذرة أوجد سرعة الإلكترون بالنسبة لراصد في مختبر.

الذرة $\longleftarrow 10^9 \frac{cm}{sec}$

الإلكترون $\longleftarrow 2 \times 10^{10} \frac{cm}{sec}$

محصلة السرعة \longleftarrow

$$U' = (2 \times 10^{10}) + \left(10^9 \times \frac{10}{10}\right)$$

$$U' = (2 \times 10^{10}) + \left(10^9 \times \frac{10}{10}\right)$$

$$U' = 2 \times 10^{10} + 10^{10} \times \frac{1}{10} \Rightarrow U' = 10^{10} (2 + 0.1)$$

$$U' = 2.1 \times 10^{10} m/sec$$

سرعة الإلكترون بالنسبة لراصد في المختبر.

مثال/ جسيم نصف عمره عند السكون ($10^{-7} sec$) إذا كانت سرعته عند تكوينه ($0.99 C$) ما لمسافة التي يقطعها الجسيم قبل اضمحلاله؟

بما أن السرعة الجسيم تقترب من سرعة الضوء أثناء تطبيق عليه قوانين النسبية.

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{C^2}\right)}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{10^{-7} sec}{\sqrt{1 - \left(\frac{(0.99C)^2}{C^2}\right)}} \Rightarrow$$

$$t = 7.08 \times 10^{-7} sec$$

$$(y = vt) \Rightarrow y = 7.08 \times 10^{-7} sec \times 0.99C$$

$$y = 7.088 \times 10^{-7} \times 0.99 \times 3 \times 10^8$$

$$y = 210.53m$$

مثال/ أطلق صاروخ من سطح الأرض بسرعة تعادل (0.9) من سرعة الضوء. ما طول الصاروخ و كتلته بالنسبة لشخص على الأرض. إذا كان طول الصاروخ عشرة أمتار وكتلته (5000kg) ؟
سرعة الصاروخ = 0.9C

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell = L \\ m = m \end{array} \right. \text{نسبة لشخص على الأرض.}$$

$$5000kg = m_o, 10m = L_o$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \Rightarrow m = \frac{5000kg}{\sqrt{1 - \frac{(0.9)^2 C^2}{C^2}}}$$

$$m = 11470.7kg \text{ الكتلة النسبية}$$

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$$

$$L = 10m \sqrt{1 - 0.81}$$

$$L = 4.358m \text{ الطول النسبي}$$

مثال/ سفينة فضائية تتحرك بسرعة (0.98C) ما الوقت اللازم بالنسبة للأرض لعقرب الدقائق لساعة موجودة في السفينة الفضائية كي يعمل دورة كاملة؟

$$t_o = 3600sec \text{ ساعة واحدة = دورة كاملة} = 1hr \times \frac{3600sec}{hr}$$

$t_o = 3600sec$ الزمن داخل السفينة أي عندما تكون الساعة ساكنة ولقد اعتبرناها ساكنة لأن سرعة الساعة في السفينة = سرعة السفينة
أذن هي ساكنة.

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}$$

$$t = \frac{3600sec}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.98C}{C}\right)^2}} = \frac{3600sec}{0.1989}$$

$$t = 18090.688sec$$

$$t = 18090.688sec \times \frac{1}{\frac{3600sec}{hr}}$$

$$t = 5hr \Rightarrow$$

$$t = \text{خمس دورات}$$

مثال/ رائد فضاء طوله على الأرض (6ft) يضجع في سفينة فضائية تتحرك بسرعة (0.9C) بوضعية موازية لحركة السفينة. ما طول الرائد بالنسبة لشخص آخر في نفس السفينة؟ بالنسبة لشخص على الأرض.

الحل/ أن وضع الرائد في السفينة يكون موازي لاتجاه حركة السفينة الفضائية وبذلك فإنه سوف نعتبر سرعة الرائد هي سرعة السفينة بالنسبة لمشاهد على الأرض لكن داخل السفينة سرعته تساوي صفراً لأنها متساويتان فيبدو ساكناً.

∴ طول الرائد بالنسبة لشخص في مركبة يقدر بـ ($L_o = 6ft$) لأنه يبدو ساكناً بالنسبة لشخص آخر في السفينة.

ملاحظة: (ft) وحدة لقياس الطول تدعى القدم.

طول الرائد بالنسبة لشخص على الأرض:-

$$L = L_o \sqrt{1 - \left(\frac{v}{C}\right)^2}$$

$$L = 6 \text{ ft} \sqrt{1 - \left(\frac{0.9C}{C}\right)^2}$$

$$L = 2.615 \text{ ft} \text{ بالنسبة لشخص على الأرض}$$

أسئلة الفصل/ واجب

س1/ سفينة فضائية طولها على الأرض (100m) أصبح طولها عند الطيران (99m) جد سرعة السفينة.

س2/ رجل كتلته على الأرض (100kg) جلس في سفينة فضائية متحركة فأصبحت كتلته (101kg) بالنسبة لمشاهد على الأرض جد سرعة السفينة الفضائية.

س3/ ما السرعة التي يجب أن يتحرك بها إلكترون لكي تكون كتلته مساوية للكتلة السكونية للبروتون.

س4/ جد سرعة إلكترون طاقته (0.1Mev) في ضوء الميكانيك الكلاسيكي والميكانيك النسبي؟

س5/ عصا طولها (1m) قذفت بسرعة عالية جداً لدرجة أن طولها قد تقلص إلى (50cm). ما مقدار سرعتها بـ (m/sec).

س6/ ما السرعة التي يجب أن تسير بها مركبة فضائية بالنسبة للأرض لكي يمضي يومان بالنسبة للأرض مقابل كل يوم في السفينة الفضائية.

س7/ تسير طائرة بسرعة (0.3C) بعد أية فترة يختلف توقيت ساعة على ظهر الطائرة مع توقيت ساعة على سطح الأرض بمقدار ثانية واحدة.

س8/ جسيم على شكل مكعب حجمه على الأرض (27m³) ما حجمه إثناء الطيران إذا تحرك بسرعة (0.3C) باتجاه احد اضلاعه بالنسبة لمراقب ساكن على الأرض؟